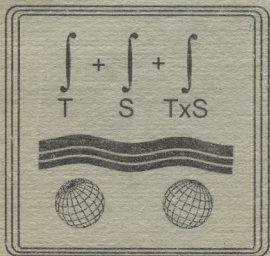


А.С. Калитвин

ЛИНЕЙНЫЕ  
ОПЕРАТОРЫ  
С ЧАСТНЫМИ  
ИНТЕГРАЛАМИ



ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

А.С. Калитвин

**ЛИНЕЙНЫЕ  
ОПЕРАТОРЫ  
С ЧАСТНЫМИ  
ИНТЕГРАЛАМИ**

Воронеж  
2000

УДК 517.9.

**Калитвин А.С.** Линейные операторы с частными интегралами. – Воронеж: ЦЧКИ, 2000. – 252 с.

ISBN 5-7458-0737-7

*Научный редактор:* доктор физико-математических наук, профессор  
П.П. Забрейко

*Рецензенты:* кафедра математического анализа Челябинского государственного университета;  
доктор физико-математических наук, профессор В.Г. Курбатов

Монография содержит систематическое изложение теории линейных операторов с частными интегралами в функциональных пространствах. Эта теория применяется к исследованию интегральных уравнений и к анализу некоторых классов операторов и уравнений математической физики и марковских цепей.

В книге изучаются действие, регулярность, двойственность, спектральные свойства и алгебры операторов с частными интегралами. Детально анализируются операторы Вольтерра, Вольтерра-Фредгольма и некоторые классы операторов с частными интегралами математической физики. Изложены свойства операторов типа Романовского, а также различные теоремы о разрешимости интегральных уравнений.

Для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в области функционального анализа, интегральных уравнений и их приложений.

Библиогр. 303 назв.

ISBN 5-7458-0737-7

ЛР № 010023 от 15. 11. 96 г.

Центрально-Чернозёмное книжное издательство, 394053, г. Воронеж, ул. Лизюкова, 2.  
Усл. п. л. 15,75. Бумага газетная. Печать трафаретная. Тираж 300 экз. Формат 60×84/16.

© А.С. Калитвин, 2000

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	6
ГЛАВА 1. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ С ЧАСТНЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ .....	10
§1. Функциональные пространства .....	10
1.1. Квазинормированные идеальные пространства .....	10
1.2. Специальные классы квазинормированных идеальных пространств .....	13
1.3. Пересечение и сумма квазинормированных идеальных пространств .....	14
1.4. Пространства со смешанными квазинормами .....	15
1.5. Пространства Орлича со смешанной нормой .....	20
1.6. Другие классы пространств .....	24
§2. Общие свойства линейных операторов с частными интегралами .....	27
2.1. Линейные операторы с частными интегралами .....	27
2.2. Непрерывность операторов с частными интегралами .....	28
2.3. Регулярность операторов с частными интегралами .....	30
2.4. Теоремы о двойственном операторе .....	32
2.5. Алгебры операторов с частными интегралами .....	35
2.6. Операторы с частными интегралами в пространствах функций со смешанными нормами .....	39
2.7. Операторы с частными интегралами в пространствах Лебега со смешанной нормой .....	43
2.8. Частично интегральные операторы в пространствах Орлича .....	47
2.9. Операторы с частными интегралами в $C(X)$ и в пространстве непрерывных функций .....	51
2.10. Аппроксимации операторов с частными интегралами .....	61
§3. Спектральные свойства линейных операторов с частными интегралами .....	66
3.1. Спектр и части спектра линейного оператора .....	66
3.2. Условия фредгольмовости операторов с частными интегралами .....	67
3.3. Спектральные свойства операторов с частными интегралами в $L^2$ .....	76
3.4. Спектральные свойства операторов с частными интегралами в идеальных пространствах .....	82
3.5. Спектральные свойства операторов с частными интегралами в $C(X)$ и в пространстве непрерывных функций .....	103
3.6. Спектральные свойства операторов с частными интегралами и положительными ядрами .....	106

3.7.	Метод неподвижной точки в $K$ -метрическом пространстве и обобщённый спектральный радиус операторов с частными интегралами.....	109
3.8.	Дополнительные замечания.....	116
§4.	Операторы с частными интегралами и ядрами специального вида.....	118
4.1.	Операторы с симметризуемыми ядрами.....	118
4.2.	Операторы с вырожденными ядрами.....	120
§5.	Операторы Вольтерра с частными интегралами.....	123
5.1.	Свойство Андо при $\Omega = [0, t] \times [0, s]$ .....	123
5.2.	Признаки равенства нулю спектрального радиуса.....	125
5.3.	$t$ -свойство Андо.....	128
5.4.	Признаки равенства нулю $r(K)$ при $\Omega = [0, t] \times [0, b]$ .....	129
§6.	Спектральные свойства операторов Вольтерра - Фредгольма с частными интегралами.....	132
6.1.	Операторы с нулевым существенным спектром.....	132
6.2.	Операторы с нетривиальным существенным спектром.....	134
§7.	Операторы с частными интегралами и разностными ядрами.....	136
7.1.	Операторы свёртки с частными интегралами.....	136
7.2.	Операторы типа свёртки.....	139
7.3.	Потенциалы.....	140
7.4.	Случай пространства непрерывных функций.....	142
7.5.	Спектральные свойства.....	143
§8.	Линейные операторы типа Романовского с частными интегралами.....	146
8.1.	Линейные операторы типа Романовского.....	146
8.2.	Операторы типа Романовского с частными интегралами....	151
8.3.	Спектральные свойства операторов типа Романовского с частными интегралами.....	153
8.4.	Об операторе марковских цепей с двусторонней связью....	156
§9.	Некоторые классы операторов с частными интегралами математической физики.....	159
9.1.	Операторы Вольтерра теории изгиба тонких пластинок и теории пологих упругих оболочек.....	159
9.2.	Операторы Вольтерра - Фредгольма механики сплошных сред.....	162
9.3.	Операторы Вольтерра-Фредгольма смешанных задач эволюционного типа.....	164
9.4.	Операторы с частными интегралами осесимметричных контактных задач.....	166
9.5.	Операторы Вольтерра-Фредгольма контактных задач теории ползучести неоднородно-стареющих тел.....	169

9.6.	Об одном общем классе операторов Вольтерра-Фредгольма механики сплошных сред и теории контактных задач .....	172
9.7.	Об одном классе операторов аэродинамики .....	173
9.8.	Другие приложения .....	174
§10.	Оператор-функции с частными интегралами .....	177
10.1.	Постановка задачи и примеры .....	177
10.2.	Оператор-функции со значениями в $\mathcal{K}_n(C)$ .....	180
10.3.	Оператор-функции со значениями в $\mathcal{K}_n(L^\infty)$ и в $\mathcal{K}_n(L^1)$ .....	185
10.4.	Оператор-функции со значениями в $\mathcal{K}_n(L^p)$ ( $1 < p < \infty$ ) .....	187
<b>ГЛАВА 2. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ</b> .....		190
§11.	Уравнения с частными интегралами .....	190
11.1.	Специальные примеры .....	190
11.2.	Условия фредгольмовости .....	192
11.3.	Ограниченность и непрерывность решений .....	195
11.4.	Частные случаи .....	196
11.5.	Уравнения с симметричными и вырожденными ядрами .....	200
§12.	Интегральные уравнения Вольтерра и Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами .....	206
12.1.	Условия однозначной разрешимости и резольвента уравнения Вольтерра с частными интегралами .....	206
12.2.	Условия однозначной разрешимости и резольвенты уравнений Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами .....	210
12.3.	Частные случаи .....	212
12.4.	О приближённом решении уравнений Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами .....	214
§13.	Приложения уравнений с частными интегралами .....	216
13.1.	Интегральные уравнения с частными интегралами теории упругости .....	216
13.2.	Интегральные уравнения с частными интегралами механики сплошных сред и задач эволюционного типа .....	219
13.3.	Интегральные уравнения осесимметричных контактных задач .....	220
13.4.	Общее уравнение механики сплошных сред и теории контактных задач .....	222
13.5.	Другие приложения .....	223
§14.	Линейные уравнения типа Романовского с частными интегралами и их приложения .....	227
14.1.	Линейные уравнения типа Романовского .....	227
14.2.	Условия разрешимости уравнений типа Романовского с частными интегралами .....	228
14.3.	Об интегральном уравнении двусвязных цепей Маркова .....	230
<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ КОММЕНТАРИИ</b> .....		232
<b>ЛИТЕРАТУРА</b> .....		235