

А.С.Калитвин, Е.В.Фролова

ЛИНЕЙНЫЕ  
УРАВНЕНИЯ  
С ЧАСТНЫМИ  
ИНТЕГРАЛАМИ  
С-ТЕОРИЯ

$$\int_T + \int_S + \iint_{T \times S}$$

А.С. Калитвин, Е.В. Фролова

**ЛИНЕЙНЫЕ  
УРАВНЕНИЯ  
С ЧАСТНЫМИ  
ИНТЕГРАЛАМИ  
С-ТЕОРИЯ**

Липецк 2004

УДК 517.9

Калитвин А.С., Фролова Е.В. Линейные уравнения с частными интегралами. С-теория. — Липецк: ЛГПУ, 2004. — 195 с.

ISBN 5-88526-145-8

*Рецензенты:* кафедра высшей математики Липецкого государственного технического университета, доктор физико-математических наук, профессор В.М.Тюрин, доктор физико-математических наук, профессор П.П.Забрейко, Белорусский государственный университет

Книга содержит систематическое изложение теории линейных операторов и уравнений с частными интегралами в пространстве непрерывных функций.

В монографии приведены критерии и достаточные условия действия и непрерывности операторов с частными интегралами, основные свойства пространств таких операторов и оператор-функций с частными интегралами; получены критерии неперывности, фредгольмовости и обратимости уравнений с частными интегралами; изучены условия обратимости уравнений Вольтерра и Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами. Результаты применяются к исследованию некоторых интегральных уравнений теории упругости и механики сплошных сред.

Для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в области функционального анализа, интегральных уравнений и их приложений.

Библиография 211 назв.

Работа поддержана грантом Администрации Липецкой области за 2002 год (шифр гранта Е02).

ISBN 5-88526-145-8

©А.С. Калитвин, Е.В.Фролова, 2004

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	6
ГЛАВА I. ОБЩИЕ СВОЙСТВА ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ С ЧАСТНЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ.....	9
§1. Двумерный интеграл Стильтьеса и некоторые его приложения .....	9
1.1. Определения и основные свойства .....	9
1.2. Теоремы Рисса и Радона .....	16
1.3. Слабая сходимость .....	20
§2. Линейные операторы с частными интегралами... ..	27
2.1. Непрерывность действия .....	27
2.2. Критерии действия операторов с частными интегралами в пространстве непрерывных функций . . .	29
2.3. Достаточные условия действия .....	37
2.4. Единственность представления .....	41
2.5. Дополнительные замечания .....	43
§3. Пространства операторов с частными интегралами.....	47
3.1. Пространство $\mathcal{L}_s(C)$ .....	47
3.2. Пространство $\mathcal{L}_c(C) \oplus \mathcal{L}_l(C) \oplus \mathcal{L}_m(C) \oplus \mathcal{L}_n(C)$ .....	54
3.3. Оператор-функции с частными интегралами .....	56
3.4. Сильно-непрерывные оператор-функции с частными интегралами .....	60
3.5. Непрерывные по норме оператор-функции .....	65
ГЛАВА II. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ.....	70
§4. Нётеровость и фредгольмовость уравнений с частными интегралами.....	70
4.1. Уравнения с ядрами общего вида .....	70

4.2. Случай вырожденных ядер . . . . .	73
4.3. Фредгольмовость уравнений с непрерывными в целом и интегрально ограниченными ядрами . . . . .	80
4.4. Уравнения с операторами типа потенциала с частными интегралами . . . . .	90
4.5. Специальный класс уравнений . . . . .	93
<b>§5. Обратимость и резольвенты уравнений с частными интегралами . . . . .</b>	<b>94</b>
5.1. Обратимость фредгольмова уравнения с частными интегралами . . . . .	94
5.2. Обратимость уравнений с вырожденными ядрами .	100
5.3. Условия обратимости уравнений с непрерывными в целом и интегрально ограниченными ядрами . . .	106
5.4. Об обратимости одного класса уравнений с частными интегралами . . . . .	111
<b>§6. Об интегральных уравнениях первого и третьего рода с частными интегралами . . . . .</b>	<b>113</b>
<b>ГЛАВА III. УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА И ВОЛЬТЕРРА – ФРЕДГОЛЬМА С ЧАСТНЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ . . . . .</b>	<b>121</b>
<b>§7. Уравнения Вольтерра с частными интегралами . .</b>	<b>121</b>
7.1. Критерий действия операторов Вольтерра с частными интегралами в пространстве $C(D)$ . . . . .	121
7.2. Обратимость уравнения Вольтерра с непрерывными в целом и интегрально ограниченными ядрами .	125
7.3. Условия равенства нулю спектрального радиуса оператора Вольтерра с частными интегралами . .	129
<b>§8. Уравнения Вольтерра–Фредгольма с частными интегралами . . . . .</b>	<b>143</b>
<b>ГЛАВА IV. НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ . . . . .</b>	<b>148</b>

<b>§9. Уравнения Вольтерра с частными интегралами теории упругости . . . . .</b>	<b>148</b>
<b>§10. Уравнения Вольтерра–Фредгольма с частными интегралами механики сплошных сред . . . . .</b>	<b>157</b>
<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ КОММЕНТАРИИ . . . . .</b>	<b>166</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА . . . . .</b>	<b>172</b>