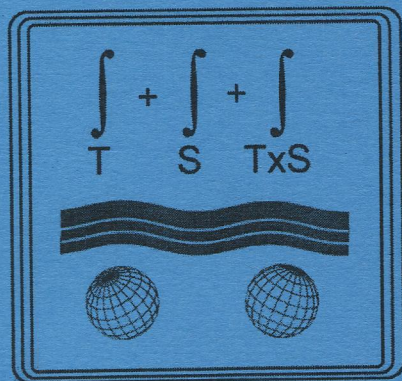


А.С. Калитвин, В.А. Калитвин

**ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
ВОЛЬТЕРРА И ВОЛЬТЕРРА-
ФРЕДГОЛЬМА С ЧАСТНЫМИ
ИНТЕГРАЛАМИ**



А.С. Калитвин, В.А. Калитвин

**ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
ВОЛЬТЕРРА И ВОЛЬТЕРРА-
ФРЕДГОЛЬМА С ЧАСТНЫМИ
ИНТЕГРАЛАМИ**

Липецк 2006

Калитвин А.С., Калитвин В.А. Интегральные уравнения Вольтерра и Вольтерра - Фредгольма с частными интегралами. — Липецк: ЛГПУ, 2006. — 177 с.
ISBN 5-88526-220-9

Рецензенты: кафедра высшей математики Липецкого государственного технического университета, доктор физико-математических наук, профессор В.М. Тюрин, доктор физико-математических наук, профессор Л.Н. Ляхов, Воронежская государственная технологическая академия

В монографии развиты операторные методы исследования линейных и нелинейных интегральных уравнений Вольтерра и Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами в пространстве непрерывных функций. Изучаются действие, непрерывность, нётеровость, фредгольмовость, обратимость линейных операторов с частными интегралами, спектральные свойства операторов Вольтерра и Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами и разрешимость соответствующих интегральных уравнений. Исследуются действие, ограниченность, непрерывность, равномерная непрерывность, липшицевость, гёльдеровость и дифференцируемость операторов Урысона и Гаммерштейна, а также нелинейных операторов Вольтерра и Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами, и разрешимость соответствующих им нелинейных уравнений Вольтерра и Вольтерра-Фредгольма. Рассмотрено применение линейных и нелинейных уравнений Вольтерра и Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами к изучению математических моделей некоторых задач механики сплошных сред и теплоизлучающих тел, приведены алгоритмы приближённого и схемы численного решения некоторых классов уравнений с частными интегралами.

Для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в области функционального анализа, интегральных уравнений и их приложений.

Библиогр. 119 назв.

Издание осуществлено при финансовой поддержке Администрации Липецкой области.

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА I. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ ВОЛЬТЕРРА И ВОЛЬТЕРРА - ФРЕДГОЛЬМА С ЧАСТНЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ	10
§1. Основные свойства линейных операторов с частными интегралами	10
1.1. Действие и непрерывность	12
1.2. Пространства операторов с частными интегралами	16
1.3. Условия нётеровости и фредгольмовости	19
1.4. Обратимость и резольвента	28
§2. Линейные операторы Вольтерра с частными интегралами	42
2.1. Операторы Вольтерра с одномерными частными интегралами	42
2.2. Операторы Вольтерра с частными интегралами в $C(T \times S)$	49
§3. Линейные операторы Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами	66
3.1. Операторы Вольтерра-Фредгольма с одномерными частными интегралами	67
3.2. Операторы Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами в $C(T \times S)$	75
ГЛАВА II. НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ ВОЛЬТЕРРА И ВОЛЬТЕРРА-ФРЕДГОЛЬМА С ЧАСТНЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ	79
§4. Нелинейные операторы с частными интегралами в пространстве непрерывных функций	79
4.1. Действие, ограниченность, непрерывность и равномерная непрерывность операторов Урысона с частными интегралами	79
4.2. Условие Липшица и условие Гёльдера	87
4.3. Дифференцирование операторов Урысона с частными интегралами	91
4.4. Операторы Гаммерштейна с частными интегралами	96
§5. Нелинейные операторы Вольтерра с частными интегралами	98
5.1. Нелинейные операторы Вольтерра с одномерными частными интегралами	99
5.2. Случай пространства $C(T \times S)$	104

§6. Нелинейные операторы Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами	109
--	-----

ГЛАВА III. УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА И ВОЛЬТЕРРА - ФРЕДГОЛЬМА С ЧАСТНЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ 116

§7. Линейные уравнения с частными интегралами в пространстве непрерывных функций	116
--	-----

7.1. Нётеровость и фредгольмовость уравнений в $C(T \times S)$	116
7.2. Регуляризация фредгольмова уравнения	121
7.3. Линейные уравнения с одномерными частными интегралами	123

§8. Линейные уравнения Вольтерра и Вольтерра - Фредгольма с частными интегралами	130
--	-----

8.1. Уравнения Вольтерра с частными интегралами	130
8.2. Уравнения Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами	134

§9. Нелинейные уравнения Вольтерра и Вольтерра - Фредгольма с частными интегралами	136
--	-----

9.1. Нелинейные уравнения Вольтерра с частными интегралами	137
9.2. Нелинейные уравнения Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами	141

§10. О применении уравнений с частными интегралами к изучению математических моделей некоторых прикладных задач	142
---	-----

10.1. Приложения линейных уравнений с частными интегралами	142
10.2. Об одном применении нелинейных уравнений с частными интегралами	148

§11. О приближённом и численном решении уравнений с частными интегралами	150
--	-----

ЛИТЕРАТУРА	157
-------------------	-----

ВВЕДЕНИЕ

Книга содержит основы теории линейных и нелинейных операторов и уравнений Вольтерра и Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами в пространстве непрерывных функций.

К интегральным уравнениям Вольтерра с частными интегралами

$$x(t, s) = \int_a^t l(t, s, \tau)x(\tau, s)d\tau + \int_c^s m(t, s, \sigma)x(t, \sigma)d\sigma + \\ + \iint_{\Omega} n(t, s, \tau, \sigma)x(\tau, \sigma)d\tau d\sigma + f(t, s) \equiv (K_1x)(t, s) + f(t, s)$$

приводятся различные проблемы дифференциальных уравнений с частными производными [9, 10, 13, 79], теории упругих оболочек [10] и другие задачи [10, 16, 79].

Интегральные уравнения Вольтерра-Фредгольма с частными интегралами

$$x(t, s) = \int_a^t l(t, s, \tau)x(\tau, s)d\tau + \int_c^d m(t, s, \sigma)x(t, \sigma)d\sigma + \\ + \iint_{\Omega} n(t, s, \tau, \sigma)x(\tau, \sigma)d\tau d\sigma + f(t, s) \equiv (K_2x)(t, s) + f(t, s)$$

обобщают уравнения Вольтерра с частными интегралами и находят многочисленные приложения при исследовании задач механики сплошных сред [5, 30, 39, 74, 103, 104], осесимметричных контактных задач [1, 2, 4, 12, 30, 39, 75, 77, 78, 103, 104], смешанных задач эволюционного типа [3, 30, 39, 103, 104], интегро-дифференциальных уравнений Барбашина [22, 39, 104].